

Disciplina: **MATEMÁTICA A**

Ano: **12.º**

Curso: Cursos Científico-Humanísticos de CT e SE

Ano Letivo: **2023-2024**

PLANIFICAÇÃO A LONGO PRAZO

Semestre	Conteúdos de Aprendizagem	Tempos letivos previstos (50 min)
1.º	Estatística	12
	Cálculo Combinatório (CC12)	30
	Probabilidades (PRB12)	28
	Funções Reais de Variável Real	35
	Apresentação	1
	Outras atividades	4
	Total 1.º Semestre	110
2.º	Trigonometria e Funções Trigonométricas (TRI12)	15
	Funções Exponenciais e Funções Logarítmicas (FEL12)	36
	Números Complexos (NC12)	32
	Revisões e simulação de Exame Nacional	4
	Outras atividades	4
	Total 2.º Semestre	91
TOTAL		201

PLANIFICAÇÃO A MÉDIO PRAZO

Observações:

Estão referenciados a **vermelho** os conteúdos que não fazem parte das **Aprendizagens Essenciais** (lecionação facultativa).

1.º Semestre

Tema	Conteúdos de Aprendizagem	Tempos letivos	Sub-conteúdos/Objetivos de Aprendizagem
ESTATÍSTICA (EST11)	Estatística <ul style="list-style-type: none"> Recenseamento e sondagem. População e amostra. Análise, representação e redução de dados. Tabelas e gráficos. Medidas de localização e dispersão. Dados bivariados. Correlação e regressão. 	12 1 3 4 4	<ul style="list-style-type: none"> Reconhecer o papel relevante desempenhado pela Estatística em todos os campos do conhecimento abordando nomeadamente os conceitos de Recenseamento e Sondagem (população e amostra); Organizar e interpretar dados de natureza quantitativa e qualitativa, variáveis discretas e contínuas; Interpretar medidas de localização de uma amostra: moda, média, mediana, quartis e percentis; medidas de dispersão: amplitude interquartil, variância, desvio padrão; Abordar gráfica e intuitivamente distribuições bidimensionais, nomeadamente o diagrama de dispersão, o coeficiente de correlação e reta de regressão.
CÁLCULO COMBINATÓRIO (CC12)	Introdução ao cálculo combinatório <ul style="list-style-type: none"> Conhecer propriedades das operações sobre conjuntos. Conhecer factos elementares da combinatória. Conhecer o triângulo de Pascal e o binómio de Newton. 	30 4 20 6	<ul style="list-style-type: none"> Propriedades comutativa, associativa, de existência de elemento neutro e elemento absorvente e da idempotência da união e da interseção e propriedades distributivas da união em relação à interseção e da interseção em relação à união; Distributividade do produto cartesiano relativamente à união. Conjuntos equipotentes e cardinais; cardinal da união de conjuntos disjuntos; Cardinal do produto cartesiano de conjuntos finitos; Arranjos com repetição; Número de subconjuntos de um conjunto de cardinal finito; Permutações; fatorial de um número inteiro não negativo; Arranjos sem repetição; Número de subconjuntos de p elementos de um conjunto de cardinal n; combinações; Resolução de problemas envolvendo cardinais de conjuntos, contagens, arranjos e combinações. Fórmula do binómio de Newton; Triângulo de Pascal: definição e construção; Resolução de problemas envolvendo o triângulo de Pascal e o binómio de Newton.
PROBABILIDADES (PRB12)	Espaços de probabilidade <ul style="list-style-type: none"> Definir espaço de probabilidade. 	14 14	<ul style="list-style-type: none"> Probabilidade no conjunto das partes de um espaço amostral finito; espaço de probabilidades;

			<ul style="list-style-type: none"> • Acontecimento impossível, certo, elementar e composto; acontecimentos incompatíveis, acontecimentos contrários, acontecimentos equiprováveis e regra de Laplace; • Propriedades das probabilidades: probabilidade do acontecimento contrário, probabilidade da diferença e da união de acontecimentos; monotonia da probabilidade; • Resolução de problemas envolvendo a determinação de probabilidades em situações de equiprobabilidade de acontecimentos elementares; • Resolução de problemas envolvendo espaços de probabilidade e o estudo de propriedades da função de probabilidade.
	Probabilidade Condicionada <ul style="list-style-type: none"> • Definir probabilidade condicionada. 	14 14	<ul style="list-style-type: none"> • Probabilidade condicionada; • Acontecimentos independentes; • Teorema da probabilidade total; • Resolução de problemas envolvendo probabilidade condicionada, acontecimentos independentes e o Teorema da probabilidade total.
FUNÇÕES REAIS DE VARIÁVEL REAL	Continuidade de funções <ul style="list-style-type: none"> • Definir a noção de continuidade e as respetivas propriedades fundamentais. • Conhecer propriedades elementares das funções contínuas. • Resolver problemas. 	5 1 1 3	<ul style="list-style-type: none"> • Função contínua num ponto e num subconjunto do respetivo domínio; • Continuidade da soma, diferença, produto, quociente e composição de funções contínuas; • Continuidade das funções polinomiais, racionais, trigonométricas, raízes e potências de expoente racional. • Teorema dos valores intermédios (Bolzano-Cauchy); • Resolução de problemas envolvendo a continuidade de funções.
	Assíntotas ao gráfico de uma função <ul style="list-style-type: none"> • Identificar graficamente e determinar assíntotas ao gráfico de uma função. 	5 5	<ul style="list-style-type: none"> • Assíntotas verticais, horizontais e oblíquas ao gráfico de uma função. • Resolução de problemas envolvendo a determinação de assíntotas ao gráfico de funções.
	Derivadas de funções reais de variável real e aplicações <ul style="list-style-type: none"> • Noção de derivada. • Aplicar a noção de derivada à cinemática do ponto. • Operar com derivadas. • Aplicar a noção de derivada ao estudo de funções. 	15 3 1 4 3	<ul style="list-style-type: none"> • Taxa média de variação de uma função; interpretação geométrica; • Derivada de uma função num ponto; interpretação geométrica; • Equações de retas tangentes ao gráfico de uma dada função. • Aplicação da noção de derivada à cinemática do ponto: funções posição, velocidade média e velocidade instantânea de um ponto material que se desloca numa reta; unidades de medida de velocidade. • Derivada da soma e da diferença de funções diferenciáveis; • Derivada do produto e do quociente de funções diferenciáveis;

	<ul style="list-style-type: none"> Resolver problemas. 	4	<ul style="list-style-type: none"> Derivada da função composta; Derivada da função definida por $f(x) = x^p$, p inteiro; Sinal da derivada de funções monótonas; nulidade da derivada num extremo local de uma função; Teorema de Lagrange; interpretação geométrica; Monotonia das funções com derivada de sinal determinado num intervalo; Cálculo e memorização da derivada das funções dadas pelas expressões x, x^2, x^3, $\frac{1}{x}$ e \sqrt{x}; Cálculo da derivada de funções dadas por $f(x) = \sqrt[n]{x}$, (x não nulo se $n > 1$ ímpar, $x > 0$ se n par); Cálculo e memorização das derivadas de funções dadas por $f(x) = x^\alpha$, (α racional, $x > 0$); Cálculo de derivadas de funções utilizando as regras de derivação e as derivadas de funções de referência. Caracterizar a função derivada de uma função e interpretá-la graficamente. Resolução de problemas envolvendo a determinação de equações de retas tangentes ao gráfico de funções reais de variável real; Resolução de problemas envolvendo funções posição, velocidades médias e velocidades instantâneas e mudanças de unidades de velocidade; Resolução de problemas envolvendo a aplicação do cálculo diferencial ao estudo de funções reais de variável real, a determinação dos respetivos intervalos de monotonia, extremos relativos e absolutos.
	<p>Derivada de segunda ordem, sentido das concavidades e pontos de inflexão</p> <ul style="list-style-type: none"> Derivada de segunda ordem. 	6	<ul style="list-style-type: none"> Relacionar o sinal e os zeros da função derivada de segunda ordem com o sentido das concavidades e pontos de inflexão. Estudo e traçados de gráficos de funções diferenciáveis; Resolução de problemas envolvendo propriedades de funções diferenciáveis.
	<p>Aplicação do cálculo diferencial à resolução de problemas</p> <ul style="list-style-type: none"> Resolver problemas. 	4	<ul style="list-style-type: none"> Resolução de problemas de otimização envolvendo funções diferenciáveis; Resolução de problemas envolvendo funções posição, velocidades médias e velocidades instantâneas, acelerações médias e acelerações instantâneas e mudanças de unidades de aceleração; Resolução de problemas envolvendo a resolução aproximada de equações da forma $f(x) = g(x)$ utilizando uma calculadora gráfica.
Apresentação		1	
Outras atividades		4	
Total 1.º Semestre		110	

2.º Semestre

Tema	Conteúdos de Aprendizagem	Tempos letivos	Sub-conteúdos/Objetivos de Aprendizagem
TRIGONOMETRIA E FUNÇÕES TRIGONOMÉTRICAS (TRI12)	Diferenciação de funções trigonométricas • Estabelecer fórmulas de trigonometria. • Calcular a derivada de funções trigonométricas. • Resolver problemas.	15 5 4 6	• Fórmulas trigonométricas da soma, da diferença e da duplicação; • Limite notável $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}$; • Diferenciabilidade das funções seno, cosseno e tangente.
	Número de Neper • Definição do Número de Neper.	2 2	• Estudar a sucessão de termo geral $u_n = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$ e definir o número de Neper.
	Funções exponenciais • Definir as funções exponenciais e estabelecer as respetivas propriedades principais.	12 12	• Propriedades da função definida nos números racionais pela expressão $f(x) = a^x$ ($a > 1$): monotonia, continuidade, limites e propriedades algébricas; • Extensão ao caso real: definição das funções exponenciais de base a e respetivas propriedades; • Função exponencial e^x e relação com o limite da sucessão de termo geral $\left(1 + \frac{x}{n}\right)^n$, $x \in \mathbb{R}$; • Limite notável $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x}$ e derivada da função exponencial $f(x) = e^x$.
	Funções logarítmicas • Definir as funções logarítmicas e estabelecer as respetivas propriedades principais.	14 14	• Função logarítmica de base $a > 1$ enquanto bijeção recíproca da função exponencial de base a ($a > 1$); logaritmo decimal e logaritmo neperiano; • Monotonia, sinal, limites e propriedades algébricas dos logaritmos; • Derivadas das funções logarítmicas e da função a^x , $a > 0$.
FUNÇÕES EXPONENCIAIS E FUNÇÕES LOGARÍTMICAS (FEL12)	Limites notáveis • Conhecer alguns limites notáveis envolvendo funções exponenciais e logarítmicas.	8 8	• Limites $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x^k}$ e $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(x)}{x}$; • Resolução de problemas envolvendo o estudo de funções definidas a partir de funções exponenciais e logarítmicas, as respetivas propriedades algébricas e limites notáveis.
	Modelos exponenciais • Estudar modelos de crescimento e decréscimo exponencial.		• A equação $f' = kf$, $k \in \mathbb{R}$, enquanto modelo para o comportamento da medida de grandezas cuja taxa de variação é aproximadamente proporcional à quantidade de grandeza presente num dado instante (evolução de uma população, da temperatura de um sistema ou do decaimento de uma substância radioativa); • Soluções da equação $f' = kf$, $k \in \mathbb{R}$.

NÚMEROS COMPLEXOS (NC12)	Introdução aos números complexos	32	<ul style="list-style-type: none"> • A fórmula de Cardano e a origem histórica dos números complexos; • Motivação da definição dos números complexos e das operações de soma e produto de números complexos; • Propriedades das operações $(a, b) + (c, d) = (a + c, b + d)$ e $(a, b) \times (c, d) = (ac - bd, ad + bc)$ definidas em \mathbb{R}^2: associatividade, comutatividade, distributividade de relativamente a e respetivos elementos neutros; definição do corpo dos números complexos \mathbb{C}, enquanto \mathbb{R}^2 munido destas operações; • \mathbb{R} enquanto subconjunto de \mathbb{C}; a unidade imaginária $i = (0,1)$; • Representação dos números complexos na forma $z = a + bi$, $a, b \in \mathbb{R}$. Parte real e parte imaginária dos números complexos; o plano complexo e os eixos real e imaginário; ponto afixo de um número complexo. • Conjugado de um número complexo; propriedades algébricas e geométricas; expressão da parte real e da parte imaginária de um número complexo z em função de z e \bar{z}; • Módulo de um número complexo; propriedades algébricas e geométricas; • Inverso de um número complexo não nulo e quociente de números complexos. • Complexos de módulo 1; a exponencial complexa $e^{i\theta} = \cos(\theta) + i \sin(\theta)$, $\theta \in \mathbb{R}$, e respetivas propriedades algébricas e geométricas; argumento de um número complexo e representação trigonométrica dos números complexos; • Fórmulas de De Moivre. • Soluções das equações da forma $z^n = w$, $n \in \mathbb{N}$ e $w \in \mathbb{C}$; raízes em \mathbb{C} de polinómios do segundo grau de coeficientes reais.
	• Conhecer o contexto histórico do aparecimento dos números complexos e motivar a respetiva construção	2	
	• Definir o corpo dos números complexos	6	
	• Operar com números complexos	6	
	• Definir a forma trigonométrica de um número complexo	6	
	• Extrair raízes n-ésimas de números complexos	6	
	• Resolver problemas	6	
Revisões e simulação de Exame Nacional	4		
Outras atividades	4		
Total 2.º Semestre	91		

ATIVIDADE

No domínio FEL12, usar os recursos da biblioteca do ECB para efetuar **pesquisa** sobre os **modelos de crescimento e decrescimento exponencial**.
(Trabalho no âmbito do projeto **Formar Leitores**)

ARTICULAÇÕES VERTICAIS

- No domínio FRVR11, as derivadas de funções reais de variável real e aplicações são lecionadas no 12.º ano.
- O domínio EST11 é lecionado no 12.º ano